

**Reservados todos los
derechos. No se permite
la reproducción,
distribución y
comunicación pública de
este libro.**

INTRODUCCIÓN

La visión que ofrece el Ministerio de Educación Deporte y Cultura para los ciudadanos que no pudieron culminar sus estudios en los niveles de Educación General Básica y el Bachillerato General Unificado en Ciencias, da la oportunidad invaluable para que puedan cumplir con sus nobles aspiraciones, por ello la Unidad Educativa Particular Cervantes de América “Juan Montalvo” con temporalidad intensiva se compromete a colaborar para que los hermanos Ecuatorianos cumplan sus sueños de obtener su título, es por eso que haciendo un esfuerzo de sus Docentes y Personal Administrativo ponen en sus manos el instrumento adecuado para su trabajo, con esa misma fe y esperanza les auguramos éxitos.

Lic. Segundo Marcillo Y.
RECTOR



BACHILLETARO

GENERAL UNIFICADO

MATEMÁTICA

1er. AÑO

“ CADA PROBLEMA TIENE UN
LOGICA ”

CONTENIDOS



Reservados todos los derechos de

A u t o r í a 1

I n t r o d u c c i ó n 3.....

UNIDAD 1..... 1 -21

Factoreo

Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas

Ecuaciones de primer grado

Matrices

Funciones y sus características

Operaciones entre funciones

UNIDAD 2.....	30 2 6
Sucesiones y Progresiones	
Derivadas e Integrales	
Optimización e integrales definidas	
Planos paralelos y perpendiculares	
UNIDAD 3.....	35-41
Vectores	
Probabilidades	
Introducción a la regresión lineal simple	
B i b l i o g r a f i a	4.8.



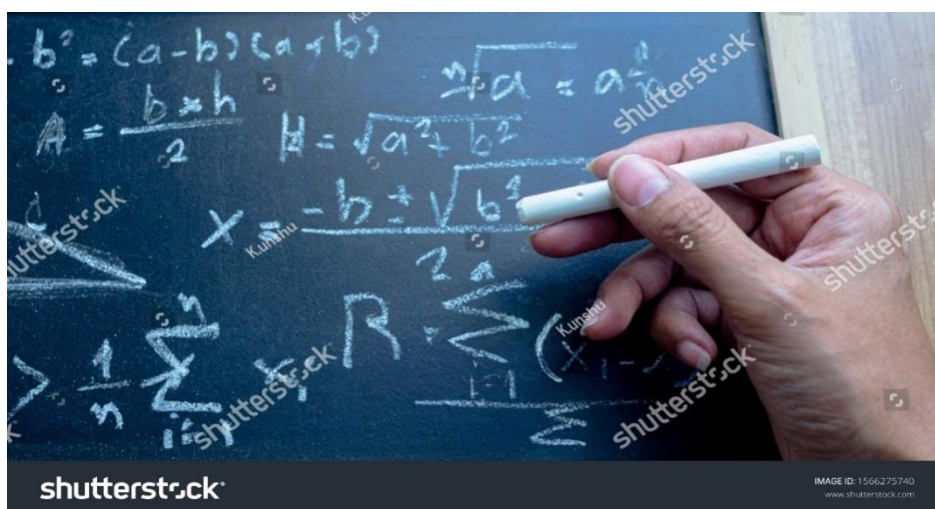
**“ EN MATEMÁTICAS, LA
LIBERTAD CONSISTE EN LA
CAPACIDAD DE CAMBIAR DE
PUNTO DE VISTA SIN CAMBIAR
DE OBJETO ”**

UNIDAD 1



Factoreo

El factoreo es descomponer una expresión algebraica en un producto de factores más simples (como un número en sus primos), mientras que la simplificación es reescribir la expresión en su forma más básica combinando términos semejantes y eliminando factores comunes para facilitar su comprensión y cálculo.



Métodos Comunes:

1. **Factor Común:** Extraer el máximo común divisor (MCD) de todos los términos.

$$\text{Ejemplo: } 2x + 4x = 2(x + 2x)$$

$$x^2 \pm 2xy + y^2 = (x \pm y)^2$$

2. **Diferencia de Cuadrados:** Factorizar

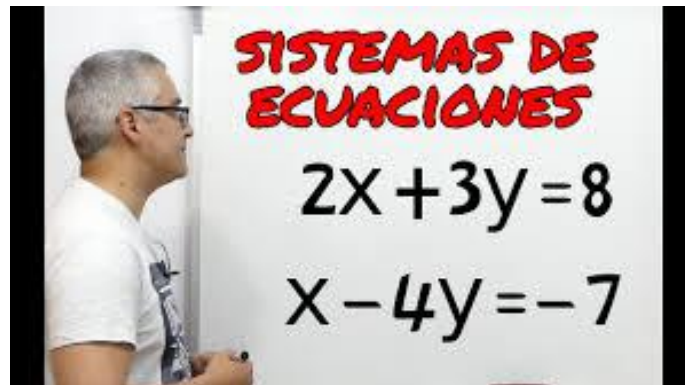
$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

$$x^2 - 2x = (x - 2)(x + 0)$$

3. **Agrupación:** Agrupar términos y buscar factores comunes en los grupos.

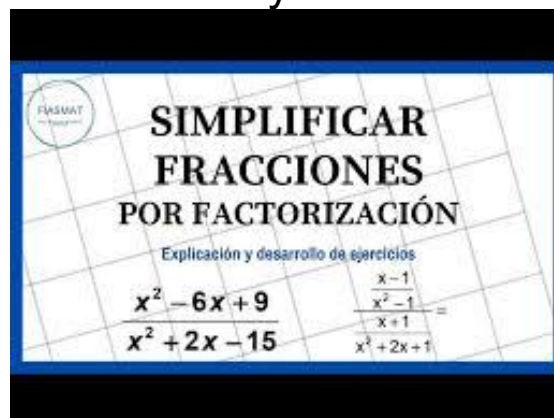
1. **Combinar Términos Semejantes:** Sumar o restar sus coeficientes.

2. **Aplicar Propiedad Distributiva:** Para eliminar paréntesis (ej: $3(2 + 4) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4$)
3. **Simplificar Fracciones Algebraicas:** Factorizar numerador y denominador y cancelar factores comunes.



Relación entre Factorización y Simplificación

La factorización es una herramienta poderosa para simplificar expresiones, especialmente fracciones algebraicas, al permitir la cancelación de factores idénticos en el numerador y denominador.



Ejemplo de simplificación usando factorización:

Expresión:

$$\frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

Factorizar (Diferencia de cuadrados):

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x+2}$$

Simplificar

$$x-2$$

Sistemas de dos ecuaciones con incógnitas

Un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (2x2) es un conjunto de dos ecuaciones lineales que comparten las mismas variables (comúnmente 'x' e 'y'), y su solución el único par de valores (x, y) que satisface ambas ecuaciones simultáneamente, encontrándose mediante métodos como sustitución, igualación, reducción o gráficamente, representando un punto de intersección en un plano cartesiano.



Forma General

Se presenta así:

1. $ax + by = c$
2. $ax + by = c$ $dx + ey = f$
3. Donde a, b, c, d, e, f (términos independientes) y x, y son incógnitas.



Infinitas soluciones: Las dos ecuaciones representan la misma recta, por lo que todos sus puntos son solución.

Ecuaciones de primer grado

Las ecuaciones de primer grado son expresiones algebraicas con una incógnita (generalmente 'x') elevada a la potencia 1, que se resuelven manteniendo el equilibrio en una igualdad (ecuación, símbolo =) o desigualdad (símbolo > o <) mediante operaciones inversas en ambos lados, siendo la solución un valor único para las ecuaciones y un conjunto o intervalo de valores, que se despeja dejando la 'x' aislada.

Ecuaciones de Primer Grado

$$5 - 6x + 3x = 8 + 9x - 7$$

Ecuaciones de primer grado

Definición: Una igualdad algebraica que se puede escribir como

$ax + b = 0$ (Donde $a \neq 0$) y busca un valor específico de 'x' para que la igualdad sea cierta.

Ejemplo:

$$3x - 1 = 8$$

Resolución:

1. Suma o resta términos para agrupar la 'x' en un lado y los números en el otro:

$$3x = 8 + 1 \quad 3x = 9$$

$$3x = 8 + 1 \quad 3x = 9$$

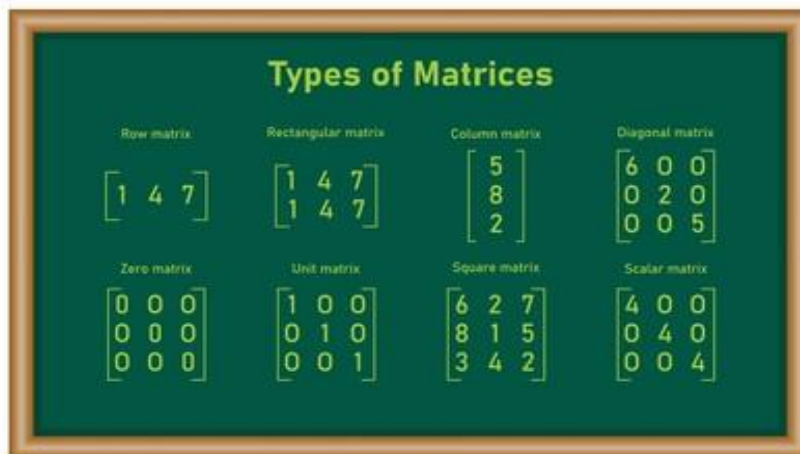
2. Divide por el coeficiente de 'x' para despejarla:

$$11 = 9/3 \quad 11 = 3$$

3. **Verificación:** Sustituye 'x' en la ecuación original:

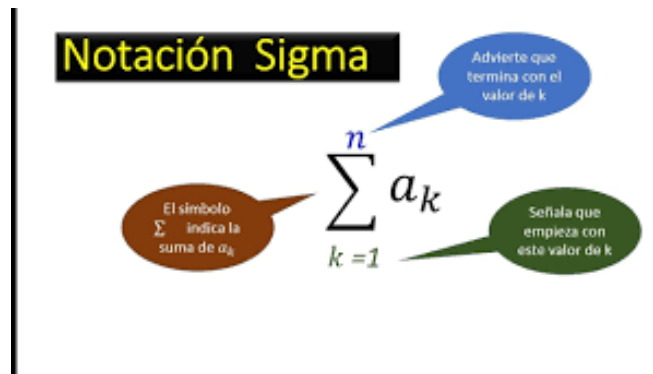
$$3(3) + 1 = 9 + 1 = 8$$

5: Matrices



shutterstock.com · 2373331001

Las matrices son arreglos bidimensionales de números u otros símbolos organizados en filas y columnas, fundamentales en álgebra lineal para representar sistemas de ecuaciones y aplicaciones lineales, y se clasifican en tipos como cuadradas, diagonales, identidad, nulas, etc., cada una con propiedades específicas, como la matriz cuadrada (igual número de filas y columnas) o la identidad (unos en la diagonal principal y ceros en el resto).



Conceptos básicos

Definición: Tabla rectangular de elementos en filas horizontales y columnas verticales.

Notación: Se representan con letras mayúsculas (A, B) y sus elementos con minúsculas y subíndices (a_{ij}) indicando fila (i) y columna (j).

Dimensión: El orden de una matriz se indica como filas $\times$ columnas (ej. 3x2).

Matriz Fila: Una sola fila.

Matriz Columna: Una sola columna.

Matriz Rectangular: Número de filas y columnas diferente.

Matriz Cuadrada: Mismo número de filas y columnas ($n \times n$).

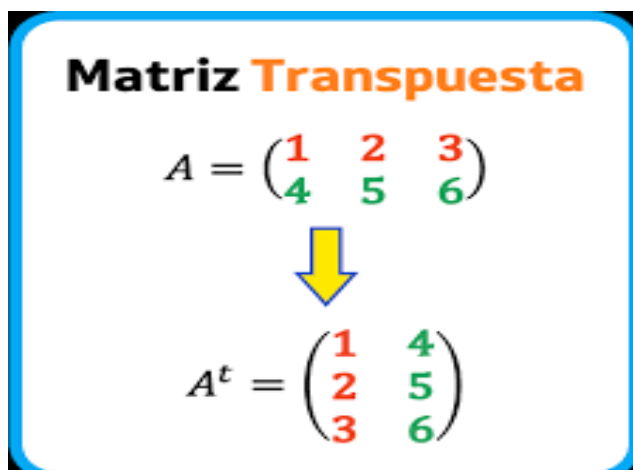
Matriz Nula: Todos sus elementos son cero.

Matriz Identidad (I): Cuadrada, con unos en la diagonal principal y ceros fuera.

Matriz Diagonal: Cuadrada, solo tiene elementos en la diagonal principal.

Matriz Triangular: Cuadrada, con ceros por encima (inferior) o por debajo (superior).

Matriz Traspuesta (A^t): Se obtienen intercambiando filas por columnas.



Matriz Traspuesta

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

↓

$$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Funciones y sus características

Las funciones matemáticas relacionan variables, y sus características incluye (valores de x), recorrido (valores de y), monotonía (creciente/decreciente), paridad (par/impar), continuidad, simetría, puntos de corte (ejes x, y), máximos y mínimos, describiendo cómo se comporta la gráfica, mientras que los tipos incluyen (polinómicas, racionales) y trascendentes (trigonómicas, exponenciales).



Tipos comunes

Algebraicas: Polinómicas (lineales, cuadráticas), racionales, irracionales.

Trascendentes: Exponenciales, logarítmicas, trigonométricas (seno, coseno).

Especiales: Función constante, identidad, etc.

Expresiones algebraicas

Polinomios AM

$2x^4 + 7x^{-3}$

Expresión algebraica

$3x^5 + 5x^2$

Polinomio

Una función es una regla que asocia cada entrada (x) con una única salida (y), y sus características nos dicen cómo se comporta esa relación, ejemplos de esas relaciones (como $B(\mathbb{Q}) = \mathbb{Q}^2$ $\mathbb{Q}(\mathbb{T}) = \mathbb{T}^2$).

Operaciones entre funciones

Las operaciones entre funciones (suma, resta, multiplicación, división y composición) permiten crear nuevas funciones combinando dos funciones

existentes, como $B: \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{R}$ para la suma o $B: \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{R}$ para la composición, aplicándolas de manera similar a las operaciones numéricas, pero manteniendo la estructura de las funciones y considerando sus dominios, especialmente en la división donde $C(x) \neq 0$

Operaciones básicas

Suma:

$$(B + C)(x) = B(x) + C(x)$$

$$(B + C)(T) = B(T) + C(T)$$

Resta:

$$(B - C)(x) = B(x) - C(x)$$

$$(B - C)(T) = B(T) - C(T)$$

Multiplicación:

$$(B \cdot C)(x) = B(x) \cdot C(x)$$

$$(B \cdot C)(T) = B(T) \cdot C(T)$$

División (Cociente):

$$\left(\frac{B}{C}\right)(x) = \frac{B(x)}{C(x)}$$

$$(B/C)(T) = B(T)/C(T), \text{ con la condición } C(x) \neq 0 \text{ y } C(T) \neq 0$$

Ejemplo:

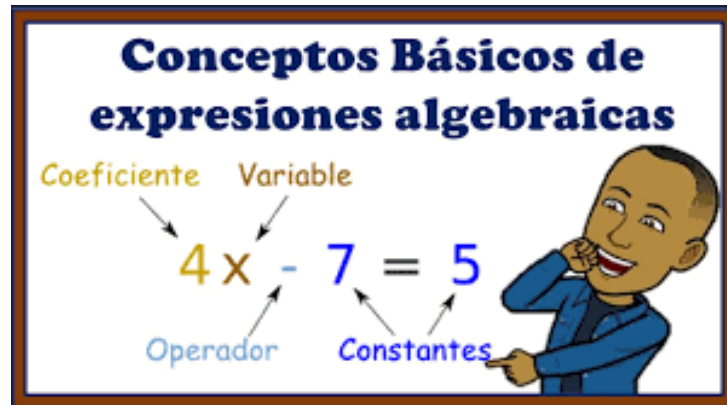
1, 4, 9, 16, ...



Característica: La diferencia entre un término y el anterior es siempre la misma (constante), llamada **diferencia (d)**.

Ejemplo:

2,4,6,8, ? (diferencia $\square = 2$)



Evaluación 1

Complete los espacios en blanco

1. El Factoreo es _____
2. Factor común es extraer el _____ de todos los términos.
3. Un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es un conjunto _____
4. En general los términos _____ son (a, b, c, d, e, f) y _____ son incógnitas
5. Las ecuaciones de primer grado son _____ con una _____

6. La notación se representa con letra _____
y sus elementos con letras _____

7. Escriba un ejemplo de filas y un ejemplo de
columnas: Filas _____ Columns

8. Resuelva las siguientes operaciones básicas:

$$\begin{array}{r} 13 \\ + 57 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 67 \\ - 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \\ \times 3 \\ \hline \end{array} \quad 81 : 3 =$$

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

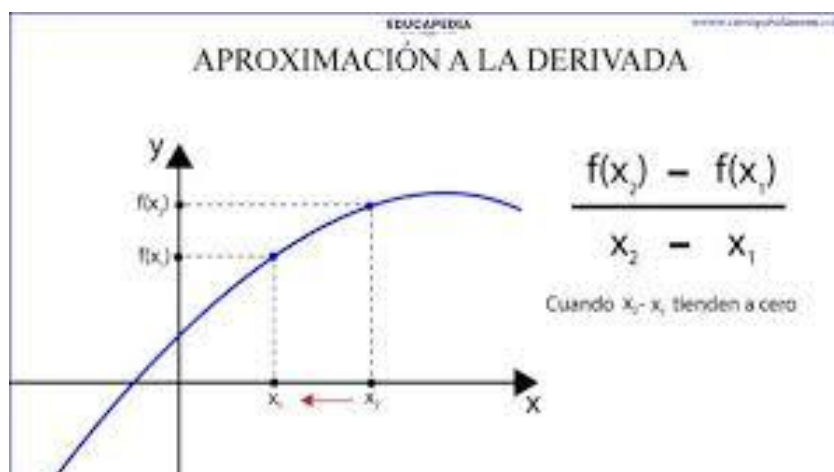
Unidad 2



Derivadas e Integrales



Las derivadas e integrales son los dos pilares del cálculo; la derivada mide la tasa de cambio instantánea (pendiente de una curva) y la integral calcula el área bajo una curva, sumando infinitas partes infinitesimales, siendo operaciones inversas entre sí (antiderivada) y conectadas por el Teorema Fundamental del Cálculo. La derivación se enfoca en la variación instantánea, mientras la integración se usa para encontrar el total acumulado, resolviendo problemas de área, volumen y física.



Derivadas

Concepto: Encuentra la pendiente de la recta tangente a una función en un punto específico; representa la tasa de cambio instantánea.

Aplicación: Se usa para calcular velocidad (derivada de la posición) y aceleración (derivada de la velocidad).

Regla de la potencia (ejemplo): La derivada de

x^n es nx^{n-1} (bajas el exponente y lo restas).



Integrales

Concepto: Es el proceso inverso de la derivación (antiderivada) y una suma continua de infinitas partes pequeñas (infinitesimales).

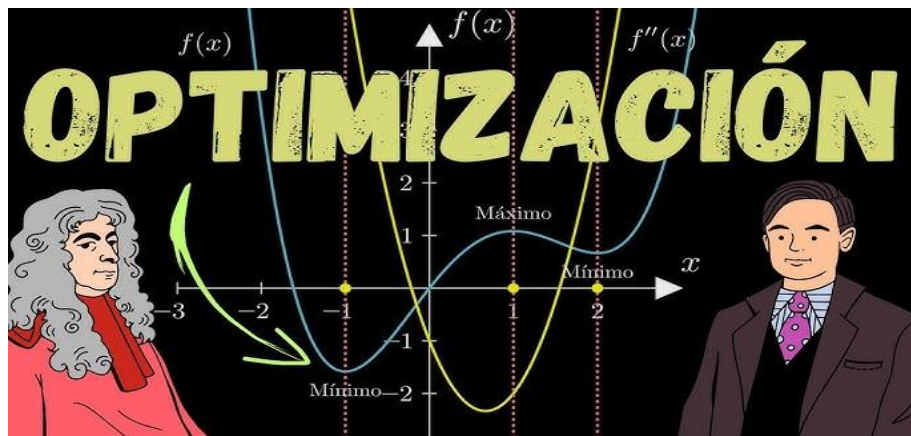
Aplicación: Calculan el área bajo una curva, la longitud de una curva y el valor total a partir de una tasa de cambio.

Regla de la potencia (ejemplo): La integral de

x^n es $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (sumas 1 al exponente y lo divides por el nuevo exponente), más la constante de integración

Optimización e integrales definidas

La optimización busca el máximo o mínimo de una función (usando derivadas), mientras que la integral definida calcula el área bajo una curva en un intervalo, representando acumulación



Ambas se conectan: las integrales definidas modelan problemas de acumulación donde la tasa de cambio es conocida, y los principios de optimización (derivadas) son clave para encontrar puntos críticos en funciones más complejas que involucran integrales, uniendo cálculo diferencial e integral para resolver problemas prácticos como maximizar ganancias o minimizar costos en ciencia.

Integrales Definidas (Cálculo Integral)

Objetivo: Calcular el área exacta bajo la curva de una función en un intervalo.

Método (Teorema Fundamental del Cálculo):
Encontrar la antiderivada ($F(x)$) de la función ($f(x)$).

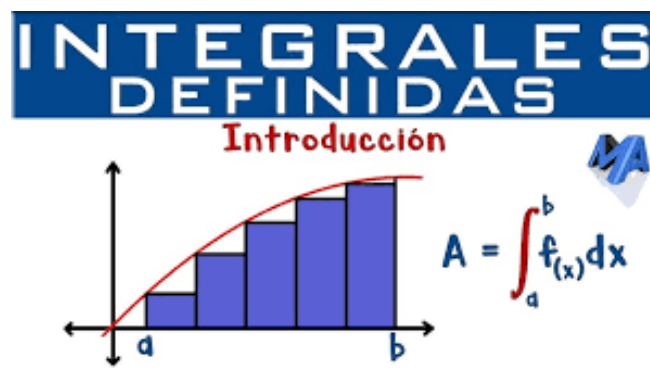
$$F(x) = \int_1^x \frac{t^3}{t^3 + 1} dt$$

**Teorema fundamental
del cálculo**

Evaluar la antiderivada en los límites superior ($\square\square$) e inferior ($\square\square$) del intervalo: $(\square(\square) \pm \square(\square)\square(\square) - \square)$.

Aplicaciones: Calcular áreas, volúmenes, trabajo, o la cantidad total acumulada de algo (como distancia a partir de la velocidad).

Conexión entre Optimización e Integrales Definidas



Aplicaciones Conjuntas: Se usan juntas para resolver problemas complejos. Por ejemplo, optimizar el área de una figura cuya fórmula del área es una integral, o encontrar la tasa de cambio óptima de una cantidad que se acumula.

INTERÉS COMPUESTO

Ejemplo 1

Una persona ahorra **\$1.000.000** en un banco que le ofrece una tasa de interés compuesto mensual del **2%** ¿Qué valor recibirá si retira su dinero al cabo de **5 meses** ?

MA

Problemas de Acumulación: Si se conoce la tasa de cambio de una cantidad (una función), una integral definida puede dar la cantidad total acumulada en un período, y la optimización puede buscar el mejor

momento o condición para maximizar o minimizar esa acumulación.

Evaluación 2

Ponga (V) si es Verdadero o (F) si es Falso

1. Las derivadas e integrales son dos pilares del cálculo ()
2. Las derivadas se usan para calcular velocidad y aceleración ()
3. Las integrales calculan el área bajo una curva ()
4. La optimización busca el máximo o mínimo de una función ()

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

UNIDAD 3



Vectores

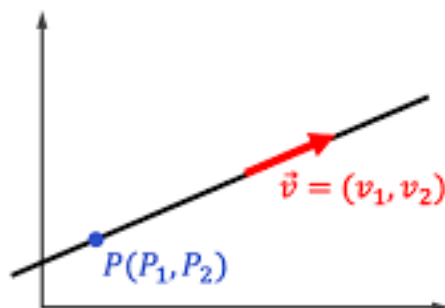
Los vectores (segmentos dirigidos) y las ecuaciones de la recta están intrínsecamente relacionados: una recta se define por un punto de paso y un vector director (que indica su dirección), lo que permite expresar la recta en varias formas como la Ecuación Vectorial ($\vec{r} = \vec{r}_0 + \lambda \vec{v}$)

($\vec{r} = \vec{r}_0 + \lambda \vec{v}$), las Paramétricas, la Continua, al Punto-Pendiente y la Explícita ($y = m \cdot x + b$), uniendo geometría y álgebra para describir una línea infinita en el plano o espacio.

Vectores “y”

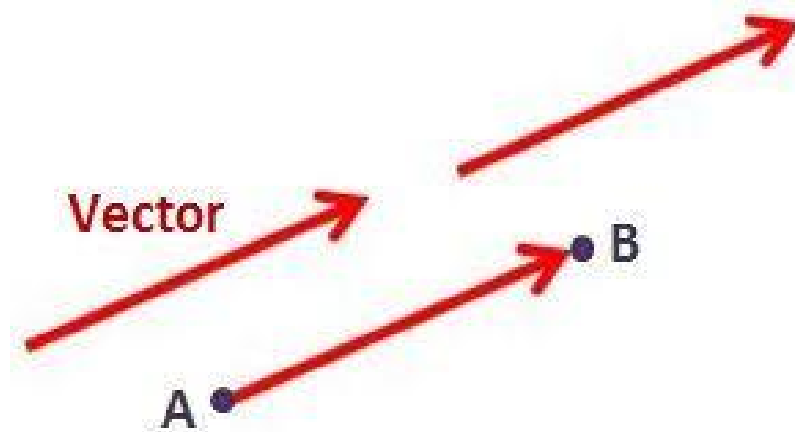
Ecuación Vectorial de la Recta

$$(x, y) = (P_1, P_2) + k \cdot (v_1, v_2)$$



Un vector es un concepto fundamental en matemáticas y física que representa una magnitud con(tamaño o longitud), dirección y sentido, visualizado como una flecha. Se utiliza para describir cantidades como la fuerza, velocidad o desplazamiento, diferenciándose de las magnitudes escalares (como temperatura) que solo tienen magnitud. En otros campos, un vector puede ser un

organismo que transmite enfermedades (biología) o una estructura de datos (informática).



Características principales

Magnitud: Su longitud o intensidad.

Dirección: La línea sobre la cual se mueve (horizontal, vertical).

Sentido: Hacia dónde apunta la flecha (hacia arriba, hacia la derecha).

Representación

Gráficamente: Una flecha, donde la punta indica el sentido la longitud, la magnitud.

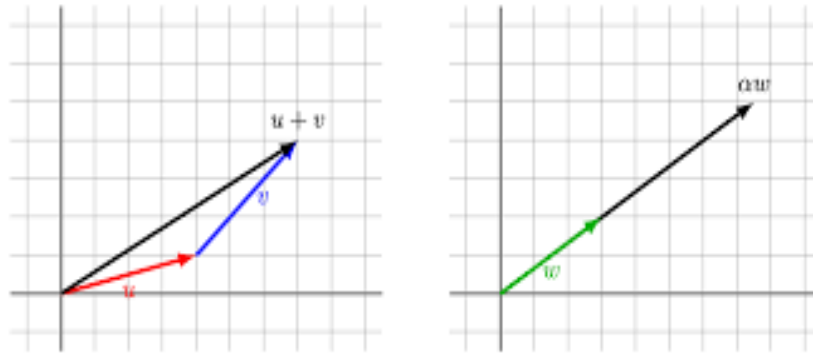
Matemáticamente: Una letra con una flecha encima o en coordenadas (ej. (x, y, z)).

Ejemplos

Física: Fuerza, velocidad, aceleración.

Informática: Una estructura de datos dinámica (como `std::vector` en C++).

Álgebra Lineal: Elementos de un espacio vectorial (polinomios, funciones, matrices).



Probabilidades

Probabilidad

**Probabilidad de obtener un 1 y un 4
al lanzar dos dados al mismo tiempo**

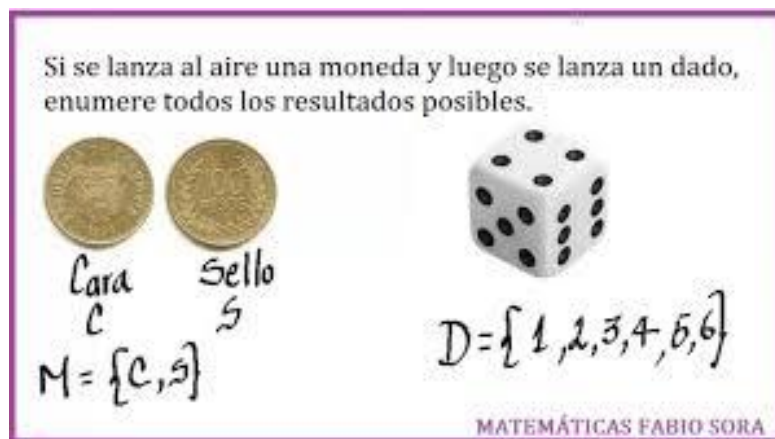


$$\frac{1}{36} = 0,0278$$

↓

$$2,78\%$$

La probabilidad es una medida matemática de la posibilidad de que ocurra un evento, calculado como el número de casos favorables dividido por el número total de casos posibles, y se expresa como un número entre 0 (imposible) y 1 (seguro). Se usa para cuantificar la incertidumbre en juegos, ciencias y economía, y existen tipos como la probabilidad clásica (lanzar dados, monedas), frecuencia (basada en experimentos repetidos) y subjetiva (basada en creencias).



Conceptos básicos

Definición: Mide qué tan probable es que suceda algo.

Fórmula: Probabilidad = (Casos favorables) / (Casos posibles).

Rango: Entre 0 (imposible) y 1 (seguro).

Ejemplo: Al lanzar una moneda, la probabilidad de cara es $1/2$ (50%) porque hay 1 caso favorable (cara) y 2 casos posibles (cara o sello).



Tipos de probabilidad

Clásica (o matemática): Se calcula teóricamente (ej. $1/6$ al sacar un 4 en un dado).

Frecuencial (o empírica): Se estima por la repetición de experimentos (ej. cuántas veces salió "cara" en 100 lanzamientos).

Subjetiva: Basada en la experiencia o intuición de una persona (ej. creer que un equipo ganará).

Condicional: Probabilidad de un evento dado que otro ya ocurrió.

Aplicaciones

Juegos: Determinar las posibilidades de ganar en sorteos o juegos de azar.



Ciencia y estadística: Modelar fenómenos aleatorios, predicción, análisis de datos.

Economía y finanzas: Evaluar riesgos e inversiones.

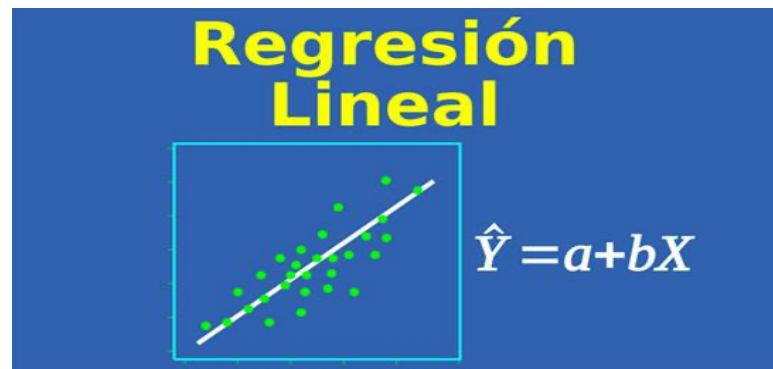
Introducción a la regresión lineal simple

La regresión lineal simple es una técnica estadística para modelar la relación entre dos variables continuas (una independiente, X , y una dependiente, Y), buscando la mejor línea recta que las represente para entender y predecir cómo cambia una en función de la otra, usando una ecuación como

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$$

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$$

Su objetivo es determinar la fuerza y la dirección de esta relación, permitiendo predicciones futuras, como estimar calificaciones de examen según horas de estudio.



Conceptos Clave

Variable Independiente (X): La variable predictora o explicativa (ej. horas de estudio).

Variable Dependiente (Y): La variable de respuesta o que se quiere predecir (ej. calificación).

Relación Lineal: Se asume que la relación se puede representar como una línea recta.

Ecuación de la Recta:

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon = \alpha_0 + \alpha_1 X + \epsilon, \text{ donde } \alpha_0 \neq 0$$

Es la ordenada al origen, $\alpha_1 \neq 1$ la pendiente, y ϵ

Evaluación 3

Una con una línea el concepto correcto

Vectores

Una letra con una
Flecha encima

Magnitud

Longitud o
intensidad

Matemáticamente
matemática

Medida

Probabilidad

Técnica estadística

Regresión lineal

Representa una
magnitud

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

EVALUACIÒN FINAL

[illegible]

[illegible]



Bibliografía

Para el Primer Año de Bachillerato General Unificado (BGU), el Ministerio de Educación (www.educacion.gob.ec) se basa en su currículo oficial, que organiza las asignaturas en bloques curriculares, enfocándose en el desarrollo a través de ejes temáticos y específicos de la educación básica, más que una lista de "libros" fijos.

MARCILLO, Segundo; Precisiones Didácticas para Dinamizar el Trabajo Docente, (Autor)

Se ha utilizado textos adecuados del [Ministerio de Educación del Ecuador](http://www.educacion.gob.ec), para valorar las asignaturas básicas como una herramienta primordial.